

Wyznaczenie prędkości fal ultradźwiękowych metodami interferencyjnymi

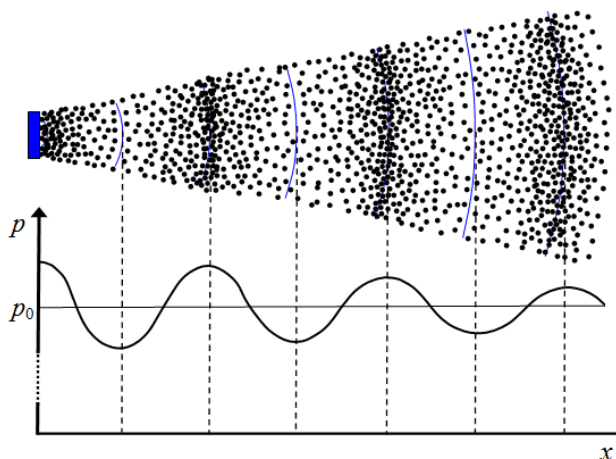
Cele ćwiczenia

- Praktyczne zapoznanie się ze zjawiskiem interferencji fal akustycznych
- Wyznaczenie prędkości fal ultradźwiękowych metodami interferencyjnymi

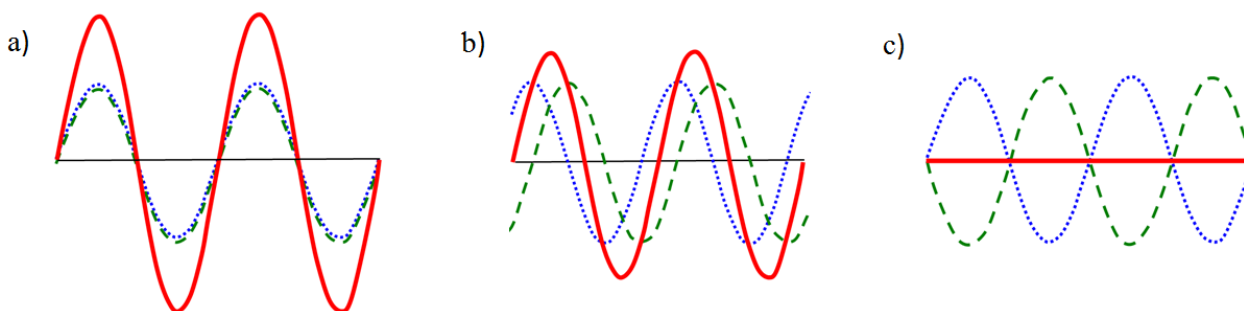
Wprowadzenie

Fale ultradźwiękowe mają bardzo szerokie zastosowanie w technice i medycynie. Są to fale akustyczne o częstotliwościach z zakresu 20 kHz ÷ 1 GHz. Ultradźwięki są więc rozchodzącymi się w przestrzeni zaburzeniami ośrodka sprężystego połączonymi z lokalnymi zmianami gęstości i ciśnienia ośrodka. Zaburzenia te przenoszą energię mechaniczną, jednak średnie położenia drgających cząsteczek ośrodka nie ulegają zmianie. W gazach ultradźwięki rozchodzą się w postaci fal podłużnych, tzn. kierunek drgań cząsteczek ośrodka jest zgodny z kierunkiem rozchodzenia się fali. Na rysunku 1 przedstawiono falę akustyczną w ośrodku gazowym wywołaną drganiami harmonicznymi membrany nadajnika oraz ciśnienie odpowiadające chwilowym położeniom zaburzenia. Jak widać, w tym przypadku lokalne zmiany ciśnienia i, co za tym idzie, amplituda fali maleją wraz odległością od nadajnika.

Zjawisko interferencji dotyczy wszystkich rodzajów fal. Polega ono na nakładaniu się dwóch lub więcej fal spotykających się w tym samym punkcie przestrzeni. Zwykle możemy przyjąć, że fala wypadkowa w punkcie spotkania będzie prostą sumą fal składowych (zasada superpozycji). Aby wynik interferencji nie zmienił się w czasie, nakładające się fale muszą być spójne, tzn. różnica faz interferujących fal jest stała. Na rysunku 2 pokazano przykłady nakładania się fal o równych amplitudach i długościach (fale kropkowana i kropkowana). Jak widać, wynik nałożenia fal (fala czerwona ciągła) jest zależny od przesunięcia fazowego pomiędzy falami składowymi.



Rys. 1. Podłużna fala akustyczna wywołana drganiami membrany oraz zależność ciśnienia gazu od odległości (p_0 - ciśnienie atmosferyczne).



Rys. 2. Zjawisko interferencji: a) różnica faz pomiędzy falami składowymi wynosi 0 - wypadkowa fala ma amplitudę dwukrotnie większą niż fale składowe (maksymalne wzmocnienie), b) różnica faz wynosi $\pi/2$ - wypadkowa fala ma amplitudę większą niż fale składowe (wzmocnienie), c) różnica faz wynosi π - wypadkowa fala ma amplitudę równą zero (całkowite wygaszenie).

Fala stojąca

Załóżmy, że w przestrzeni spotykają się dwie fale sinusoidalne o takich samych amplitudach y_m i długościach λ , rozchodzące się w przeciwnych kierunkach. Równania tych fal możemy zapisać następująco:

$$y_1(x,t) = y_m \sin(kx - \omega t) \quad \text{oraz} \quad y_2(x,t) = y_m \sin(kx + \omega t) \quad (1)$$

gdzie $k = 2\pi/\lambda$ - wektor falowy, x - położenie, ω - częstotliwość kołowa, t - czas. W wyniku nałożenia się tych fal powstaje fala wypadkowa o równaniu:

$$y(x,t) = y_1(x,t) + y_2(x,t) = 2y_m \sin(kx) \cos(\omega t) \quad (2)$$

co możemy zapisać również jako:

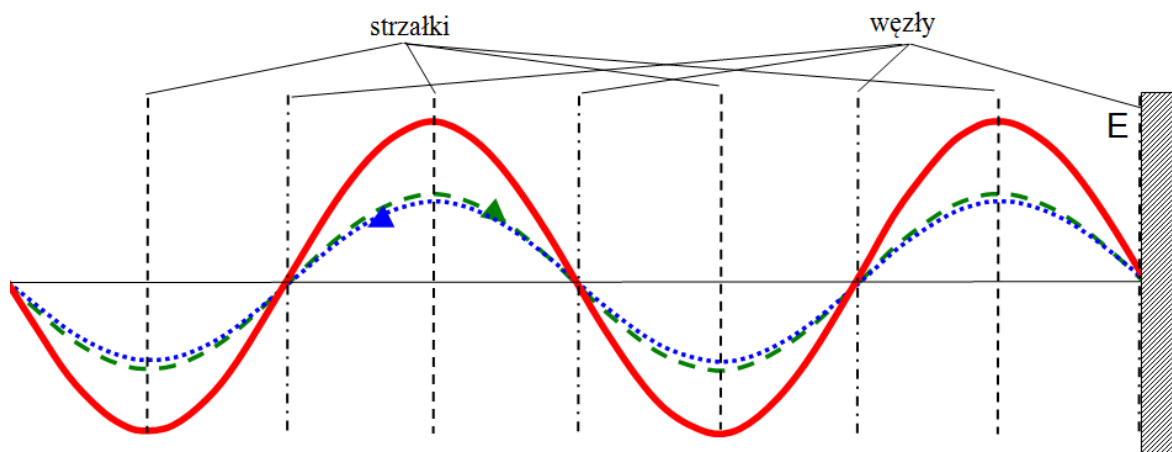
$$y(x,t) = [2y_m \sin(\frac{2\pi}{\lambda}x)] \cos(\omega t). \quad (3)$$

Jest to równanie *fali stojącej*. W odróżnieniu do fali biegnącej fala ta nie przemieszcza się. Łatwo jest natomiast zauważyć, że amplituda fali (czynnik w nawiasie kwadratowym w równaniu (3)) zależna jest od położenia x . Oznacza to, że w szczególnych położeniach cząsteczki ośrodka nie wykonują drgań, a w innych mogą osiągnąć maksymalne wychylenie $2y_m$.

Korzystając z równania (3), możemy wyliczyć położenia x , dla których amplituda fali stojącej osiąga wartość maksymalną $2y_m$ oraz zerową. Położenia takie nazywamy odpowiednio *strzałkami* i *węzłami*. Strzałka wystąpi, jeżeli $|\sin(2\pi x/\lambda)| = 1$, natomiast węzeł w przypadku, gdy $\sin(2\pi x/\lambda) = 0$. Pozwala to zapisać warunki:

$$\text{strzałka dla } x = (n + \frac{1}{2})\frac{\lambda}{2}, \quad \text{węzeł dla } x = n\frac{\lambda}{2}, \quad \text{gdzie } n = 0, 1, 2, 3... \quad (4)$$

Na rysunku 3 pokazano przykład powstawania fali stojącej. Należy pamiętać, że fale akustyczne rozchodzące się w gazach to wyłącznie fale podłużne, a więc sinusoidy na rysunku 3 nie obrazują chwilowego położenia cząstek gazu tylko wartości amplitud ich drgań. Fala z nadajnika (zielona linia przerywana) przemieszcza się w prawą stronę, a następnie odbija się od sztywnego ekranu E. Fala rozchodząca się w powietrzu w wyniku odbicia od ośrodka gęstszego zmienia fazę na przeciwną. Cząsteczki w fali odbitej (niebieska linia kropkowana) są więc wychylone w tę samą stronę co cząsteczki fali padającej, a tym samym następuje wzmocnienie nałożonych fal (fala wypadkowa - czerwona linia ciągła). Obserwując w czasie interferencję fal: nadawanej i odbitej, zaobserwujemy, że wypadkowe zaburzenie nie przemieszcza się. W strzałkach będziemy obserwowali maksymalne wychylenia cząsteczek natomiast w węzłach brak drgań cząsteczek.



Rys. 3. Powstawanie fali stojącej (czerwona linia ciągła) po odbiciu fali od sztywnego ekranu E.

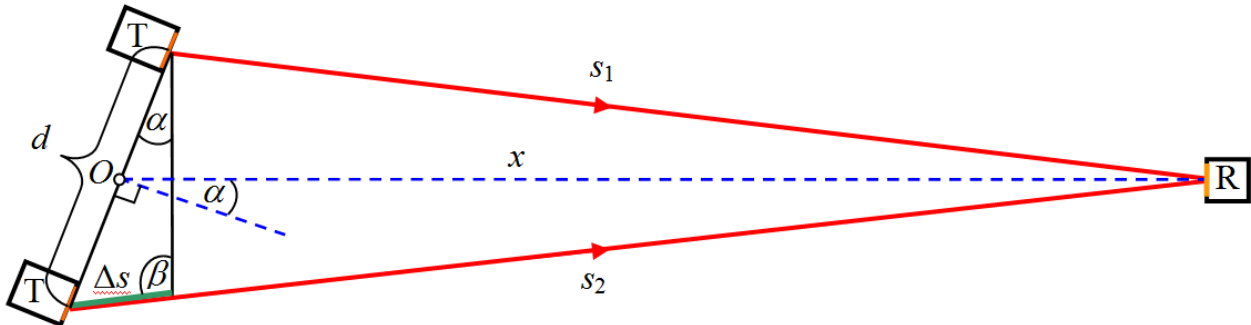
Interferencja fal spójnych pochodzących z dwóch jednakowych źródeł punktowych

Rozpatrzmy dwa jednakowe nadajniki T ustawione w odległości d , równoległe względem siebie (patrz rys.4). Nadawane przez nie fale mają jednakową częstotliwość i tę samą fazę. W odległości x od środka linii łączącej nadajniki znajduje się odbiornik fal R. Układ nadajników może obracać się względem osi O przechodzącej przez środek łączącej ich linii. Jeżeli kąt α na rysunku 4 jest równy zero, to odległości pomiędzy nadajnikami i odbiornikiem są sobie równe $s_1 = s_2$. Fale dotrą do odbiornika w tej samej fazie, więc zaobserwujemy ich maksymalne wzmocnienie. Jeżeli nadajniki obrócimy o pewien kąt α , nadawane fale przebędą drogi o różnej długości s_1 i s_2 , wskutek czego różnica faz fal docierających do nadajnika może się zmienić. Kąt obrotu α a tym samym różnica dróg przebytych przez fale $\Delta s = s_2 - s_1$ będzie więc

decydować o różnicy faz pomiędzy falami docierającymi do odbiornika a tym samym o wyniku ich interferencji.

Zależność pomiędzy wielkościami d , Δs i α jest skomplikowana, ale, zakładając, że $d \ll x$, możemy ją znacznie uprościć. Na rysunku 4 można zauważyć, że przy powyższym założeniu kąt $\beta \approx \pi/2$ a tym samym:

$$\Delta s / d = \sin \alpha. \quad (5)$$



Rys. 4. Schemat układu do pomiaru interferencji fal spójnych emitowanych przez dwa źródła.

Ażebyśmy obserwowali maksymalne wzmocnienie interferujących fal, różnica ich faz musi być równa zero. Oznacza to, że różnica przebytych dróg Δs powinna być równa całkowitej wielokrotności długości fali:

$$\Delta s = n\lambda, \quad \text{gdzie } n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots \quad (6)$$

Korzystając z równań (5) i (6), możemy zapisać następujący warunek na maksymalne wzmocnienie fal (maksimum):

$$d \sin \alpha_n = n\lambda, \quad \text{gdzie } n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots \quad (7)$$

wygaszenie fal (minimum) powinno wystąpić dla warunku:

$$d \sin \alpha_n = (n + 1/2)\lambda, \quad \text{gdzie } n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3 \dots \quad (8)$$

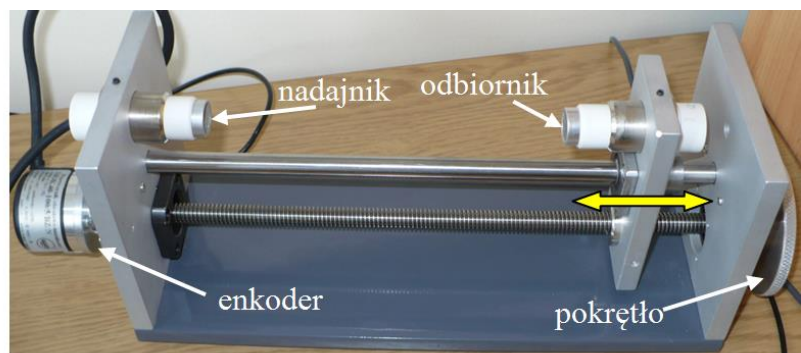
Z powyższych równań wynika, że dla szeregu kątów obrotu nadajników α_n powinniśmy uzyskać wzmocnienia i wygaszenia sygnału.

Układ pomiarowy

Układ pomiarowy składa się z dwóch niezależnych zestawów eksperymentalnych połączonych z komputerem. Pierwszy oparty jest na powstawaniu fali stojącej pomiędzy nadajnikiem i odbiornikiem (stąd skrótowa nazwa zestawu "fala stojąca"). Zestaw drugi przypomina wersję doświadczenia Younga wykonaną dla fal akustycznych, przez co nadano mu skrótową nazwę "Young".

Zestaw eksperymentalny - fala stojąca

Zestaw ten składa się z nieruchomego nadajnika fal ultradźwiękowych o częstotliwości 40 kHz połączonego z generatorem sygnału sinusoidalnego. Naprzeciwko nadajnika znajduje się ruchomy odbiornik fal podłączony do interfejsu komputerowego. Położenie odbiornika możemy zmieniać za pomocą pokrętła śruby napędowej. Obrót jest rejestrowany przez enkoder podłączony do interfejsu. Układ umożliwia rejestrację amplitudy sygnału z odbiornika w funkcji zmiany odległości pomiędzy nadajnikiem i odbiornikiem. Na rysunku 5 przedstawiono widok głównej części zestawu eksperymentalnego.



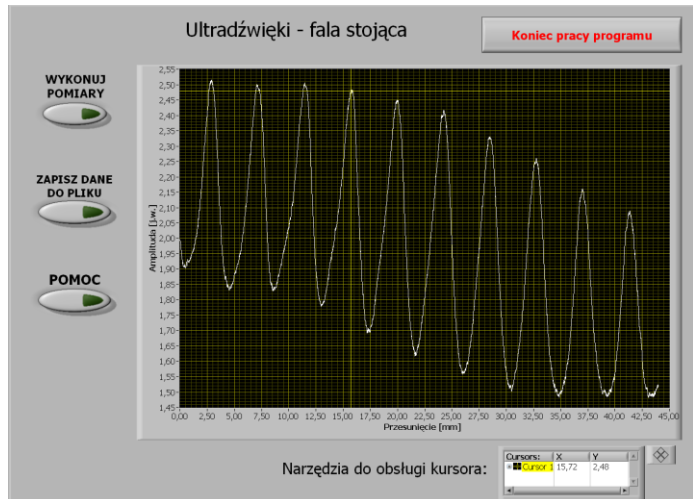
Rys. 5. Widok głównej części zestawu - fala stojąca

Zasada pomiaru oparta jest na tworzeniu się fali stojącej pomiędzy nadajnikiem i odbiornikiem dla ściśle określonych odległości pomiędzy nimi. Fala nadawana docierająca do odbiornika jest częściowo przez

niego odbijana, co powoduje interferencję fal: nadawanej i odbitej. W chwili, gdy odległość między nadajnikiem i odbiornikiem jest całkowitą wielokrotnością połowy długości fali, dochodzi do powstawania fali stojącej, co powoduje maksymalne wzmocnienie sygnału. W trakcie ruchu nadajnika będziemy więc rejestrowali maksima występujące dla przesunięć co $\lambda/2$ (rys. 6).

Sygnaly poprzez interfejs docierają do komputera i są prezentowane na monitorze. Program umożliwia również zapis sygnału (bliższe informacje po kliknięciu przycisku - POMOC). Za pomocą kursora można wyznaczyć położenie poszczególnych maksimów, a, znając odległość pomiędzy nimi, wyznaczyć $\lambda/2$. Znajomość długości fali λ oraz częstotliwości generatora f umożliwia wyznaczenie prędkości propagacji fal ultradźwiękowych V z zależności:

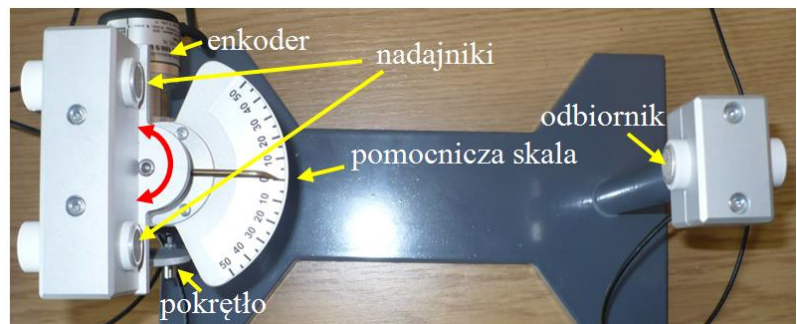
$$V = \lambda f. \quad (9)$$



Rys. 6. Widok okna pomiarowego - fala stojąca

Zestaw eksperymentalny - Young

Zestaw składa się z dwóch nadajników fal ultradźwiękowych o częstotliwości 40 kHz połączonych z generatorem sygnału sinusoidalnego. Nadajniki mogą obracać się względem wspólnej osi obrotu znajdującej się pomiędzy nimi. Naprzeciwko nadajników znajduje się odbiornik połączony z interfejsem komputerowym. Położenie kątowe odbiorników możemy zmieniać za pomocą pokrętki, którego obrót jest rejestrowany przez enkoder podłączony do interfejsu. Układ umożliwia więc zmianę położenia kątowego nadajników, jednocześnie rejestrując amplitudę sygnału z odbiornika w funkcji kąta obrotu nadajników. Na rysunku 7 przedstawiono widok głównej części zestawu eksperymentalnego.

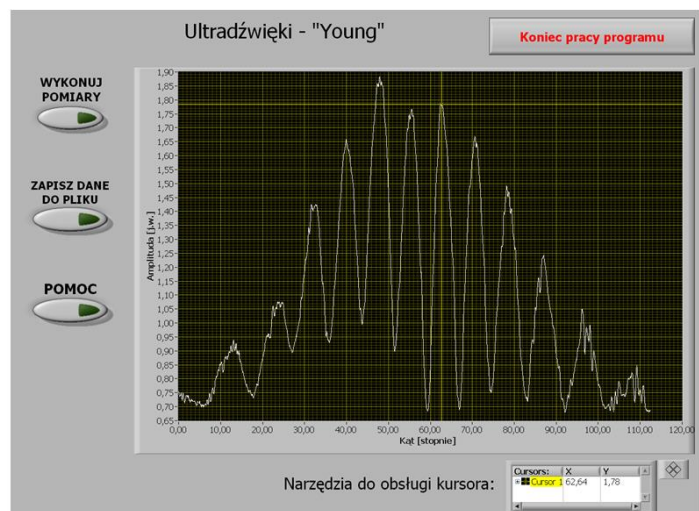


Rys. 7. Widok z góry głównej części zestawu - Young

Idea pomiaru przedstawiona jest na rysunku 4. Obracając nadajniki, rejestrujemy efekt interferencji nadawanych fal w punkcie, w którym znajduje się odbiornik. Na ekranie komputera obserwujemy szereg wzmocnień i osłabień sygnału (rys. 8). Za pomocą kursora odczytujemy położenia kątowe maksimów związanych z kolejnymi rzędami interferencyjnymi. Chcąc wyznaczyć kąt α_n , należy odczytać położenie kątowe maksimum n -tego rzędu po prawej stronie α_{nP} , a następnie po lewej stronie α_{nL} . Kąt α_n obliczamy z poniższej zależności:

$$\alpha_n = \frac{\alpha_{nP} - \alpha_{nL}}{2}. \quad (10)$$

Znając rząd maksimum n , kąt α_n oraz wiedząc, że $d = (65 \pm 1) \text{ mm}$, możemy wyznaczyć długość fali λ ze wzoru (7). Znajomość długości fali λ oraz generowanej częstotliwości f umożliwia wyznaczenie prędkości propagacji fal ultradźwiękowych V z zależności (9).



Rys. 8. Widok okna pomiarowego - Young

Przebieg ćwiczenia

A. Wyznaczenie prędkości fal ultradźwiękowych z badań interferencji fal nadawanej i odbitej

1. Sprawdź i zapisz temperaturę t w pomieszczeniu.
 2. Włącz generator i ustaw jego częstotliwość w zakresie 40,1 - 40,3 kHz. Następnie włącz komputer i uruchom program *Fala stojąca* (klikając ikonę *Ultradźwięki fala stojąca*).
 3. Kręcąc pokrętkiem, ustaw odbiornik w odległości około 10 cm od nadajnika. Na ekranie komputera kliknij przycisk "WYKONUJ POMIARY" i, wolno kręcąc pokrętkiem, zarejestruj m kolejnych maksimów ($m \geq 10$). Wyłącz rejestrację sygnału poprzez ponowne kliknięcie przycisku "WYKONUJ POMIARY".
- Uwaga!** W obydwu eksperymentach należy kręcić pokrętkiem stosunkowo powoli (jeden obrót przez około 10 s).
4. Za pomocą kursora wyznacz położenia maksimów. Wiedząc, że odległość między kolejnymi maksimami wynosi $\lambda/2$ wyznacz średnią długość fali.
 5. Pomiar wykonaj pięciokrotnie, każdorazowo zapisując częstotliwość generatora f .
 6. Kliknij na ekranie przycisk "Koniec pracy programu".
 7. Korzystając z otrzymanych wyników oraz równania (9), wyznacz prędkość propagacji fal ultradźwiękowych w powietrzu dla każdej serii pomiarowej, a następnie wartość średnią prędkości i jej niepewność.

B. Wyznaczenie prędkości fal ultradźwiękowych z badań interferencji fal pochodzących z dwóch jednakowych nadajników

1. Uruchom program *Young* (klikając ikonę *Ultradźwięki Young*).
2. Kręcąc pokrętkiem, ustaw odchylenie nadajników o około 50° w prawo (posłuż się skalą pomocniczą). Następnie na ekranie komputera kliknij przycisk "WYKONUJ POMIARY" i, wolno kręcąc pokrętkiem, obróć nadajniki do położenia kąтового 50° w lewo. Wyłącz rejestrację sygnału poprzez ponowne kliknięcie przycisku "WYKONUJ POMIARY".
3. Za pomocą kursora wyznacz kątowe położenia maksimów z prawej α_{nP} i lewej strony α_{nP} .
4. Pomiar powtórz pięciokrotnie, każdorazowo zapisując częstotliwość generatora f .
5. Korzystając z otrzymanych wyników oraz równań (7), (9) i (10), wyznacz prędkość propagacji fal ultradźwiękowych w powietrzu dla każdej serii pomiarowej a następnie wartość średnią prędkości i jej niepewność.
6. Na podstawie zmierzonej temperatury wyznacz teoretyczną wartość prędkości propagacji fal akustycznych w suchym powietrzu, korzystając z równania $V = [331,5 + (0,6t)]$ m/s, gdzie t oznacza temperaturę w stopniach Celsjusza ($^\circ\text{C}$).
7. Porównaj wyniki otrzymane obiema metodami do wyliczonej wartości teoretycznej. Zapisz wnioski.