

Badanie zjawiska dyfrakcji elektronów

Cel ćwiczenia

Eksperymentalne potwierdzenie istnienia fal materii. Wyznaczenie odległości między płaszczyznami sieciowymi kryształu grafitu.

Wstęp

Już ponad dwieście lat temu w doświadczeniach ze światłem wykazano, że ulega ono zjawisku dyfrakcji i interferencji, a tym samym potwierdzono jego falową naturę. Trzeba było jednak czekać kolejne sto lat, aby przekonać się, że światło oraz inne rodzaje fal elektromagnetycznych mają także drugą naturę. Zjawiska fotoelektryczne i Comptona potwierdziły, że światło możemy również traktować jako strumień cząsteczek (korpuskuł) o zerowej masie spoczynkowej. Cząsteczka światła otrzymała nazwę *foton*. Przez kolejne kilkanaście lat panowała opinia, że taka dwoistość natury dotyczy tylko fal elektromagnetycznych.

Przełomem okazała się hipoteza francuskiego uczonego Louisa de Broglie'a, który w 1923 roku przedstawił pogląd, że wszystkie cząsteczki mające niezerowy pęd wykazują właściwości falowe. Ta koncepcja wydawała się bardzo śmiała, zważywszy, że nikt do tej pory nie zaobserwował na przykład dyfrakcji serii pocisków karabinowych przelatujących przez szczelinę. De Broglie nie tylko przewidział dwoistą naturę materii, ale również trafnie założył, że długość fali poruszającej się cząsteczki swobodnej, czyli tzw. *fali materii*, jest zależna od pędu cząsteczki w taki sam sposób jak długość fali świetlnej od pędu fotonu. Zależność de Broglie'a określa długość fal materii (*fal de Broglie'a*) w następujący sposób:

$$\lambda = \frac{h}{p}, \quad (14.1)$$

gdzie $h = 6,62618 \cdot 10^{-34}$ J·s (stała Plancka), a p jest pędem cząsteczki.

Zakładając, że cząsteczka materialna porusza się z prędkością znacznie mniejszą od prędkości światła, można pominąć efekty relatywistyczne i zapisać następującą zależność:

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{\sqrt{2mE_K}}, \quad (14.2)$$

gdzie m jest masą, v – prędkością, E_K – energią kinetyczną cząsteczki.

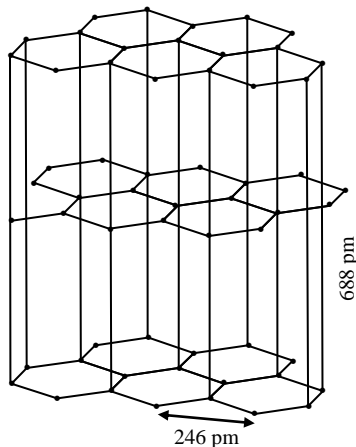
Korzystając z powyższego wzoru, łatwo można wyliczyć, że na przykład długość fali materii związanej z pociskiem karabinowym o masie $m = 6,6$ g, poruszającym się z prędkością $v = 1000$ m/s, wyniesie około 10^{-34} m. Jak wiadomo z fizyki falowej, aby móc zaobserwować zjawisko dyfrakcji, szerokość szczeliny powinna być porównywalna z długością fali lub mniejsza od niej. W powyższym przypadku widać, że rozmiar pocisku jest wielokrotnie większy od długości fali materii z nim związanej. Jest to odpowiedź na pytanie, dlaczego w świecie ciał makroskopowych nie obserwujemy zjawisk falowych związanych z otaczającą nas materią. Po prostu rozmiary obiektów są wielokrotnie większe od długości fal materii z nimi związanych.

W celu zaobserwowania zjawiska dyfrakcji fal materii należałoby posłużyć się cząsteczkami o niewielkim rozmiarze i masie oraz zastosować siatkę dyfrakcyjną o odpowiednio małych szczelinach. Hipoteza de Broglie'a została potwierdzona doświadczalnie w 1927 roku przez Clintona J. Davissona i Lastera H. Germera w USA oraz niezależnie przez George'a P. Thomsona w Szkocji. Amerykańscy naukowcy wykorzystali strumień elektronów przyspieszonych za pomocą różnicy potencjału elektrycznego oraz monokryształ niklu pełniący funkcję siatki dyfrakcyjnej. Otrzymano wynik analogiczny do wyniku dyfrakcji promieniowania X (tej samej długości co fale materii związane z elektronami) na badanym kryształ. George P. Thomson za pomocą strumienia szybkich elektronów z sukcesem badał cienkie polikrystaliczne folie metalowe. W późniejszych latach wykonano wiele udanych doświadczeń z wykorzystaniem innych mikrocząstek (np. neutronów, protonów).

Odkrycie fal materii dało początek *mechanice kwantowej*, dziedzinie zajmującej się matematycznym opisem falowych właściwości materii. Zjawisko dyfrakcji elektronów znalazło

praktyczne zastosowanie między innymi w mikroskopach elektronowych wykorzystywanych głównie do badań powierzchni ciał stałych. Ze względu na bardzo małą długość fal materii zdolność rozdzielcza takich mikroskopów jest o kilka rzędów wartości większa od zdolności rozdzielczej klasycznych mikroskopów optycznych.

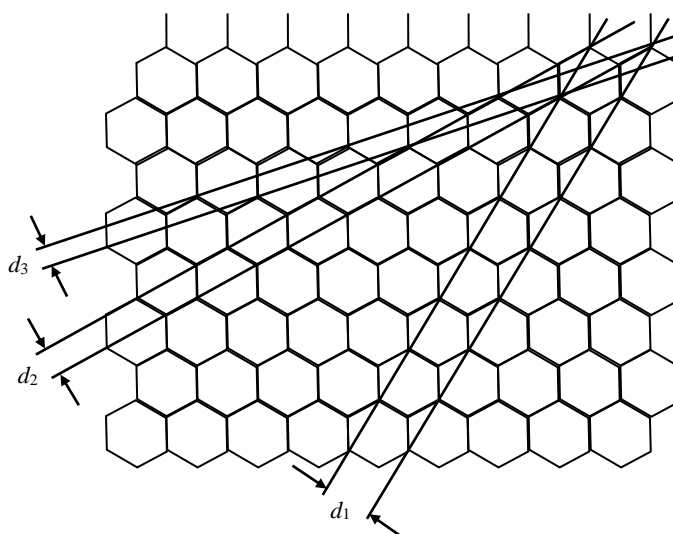
Kryształ jako „siatka dyfrakcyjna”



Rys. 14.1. Sieć krystaliczna grafitu

Odkryte przez Roentgena w 1895 roku promieniowanie X (promieniowanie rentgenowskie) okazało się doskonałym narzędziem do badania materii krystalicznej. W 1912 roku niemiecki fizyk Max von Laue i niezależnie w innym eksperymencie Brytyjczyk William L. Bragg posłużyli się promieniowaniem X do badania struktury kryształów. Badania za pomocą tych bardzo krótkich fal elektromagnetycznych (długości fal rzędu $10^{-9} - 10^{-11}$ m) wykazały, że kryształy zbudowane są z identycznych elementów strukturalnych (jonów, atomów lub cząsteczek chemicznych) rozmieszczonych z okresową powtarzalnością przestrzenną (patrz rys. 14.1). Płaszczyzny, na których znajdują się elementy strukturalne kryształu, nazywamy płaszczyznami sieciowymi (płaszczyznami krystalograficznymi). Odległość między dwiema najbliższymi płaszczyznami sieciowymi jest różna dla różnych kierunków w kryształach (rys. 14.2). Precyzyjne badania struktury kryształów były możliwe dzięki temu, że długość promieniowania X jest porównywalna z odległościami między płaszczyznami sieciowymi, a więc kryształ stanowi rodzaj siatki dyfrakcyjnej uginającej promieniowanie X . Wynikiem badań Bragga było sformułowanie warunku wzmocnienia fal rozproszonych na kryształach, tzw. *warunku Bragga*.

Wynikiem badań Bragga było sformułowanie warunku wzmocnienia fal rozproszonych na kryształach, tzw. *warunku Bragga*.



Rys. 14.2. Przykładowe odległości pomiędzy płaszczyznami krystalograficznymi w graficie: $d_1 = 213$ pm; $d_2 = 123$ pm; $d_3 = 80,5$ pm

Dyfrakcyjny warunek Bragga

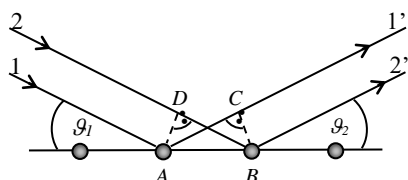
Fale elektromagnetyczne (promieniowanie X), padając na kryształ, ulegają rozproszeniu i mogą ze sobą interferować. Jeżeli kąty, które tworzą z płaszczyzną krystalograficzną fale padające i rozproszone (ugięte), będą równe, w wyniku zjawiska interferencji nastąpi wzmocnienie fal ugiętych (fale będą miały tę samą fazę). Powyższe stwierdzenie obrazuje rysunek 14.3, na którym widać, że fale ugięte $1'$ i $2'$ spotkają się w zgodnej fazie, gdy $AC = BD$, czyli gdy $\vartheta_1 = \vartheta_2$.

Dodatkowy efekt wzmocnienia uzyskamy, gdy fale ugięte na jednej płaszczyźnie sieciowej nałożą się w zgodnych w fazach z falami ugiętymi na kolejnych bliźniaczych płaszczyznach sieciowych. Taką sytuację ilustruje rysunek 14.4. Różnica dróg Δ pomiędzy interferującymi promieniami $1'$ i $2'$ $BC + CD = 2BC$ (gdyż $BC = CD$). Z trójkąta ABC widać, że $BC = d \sin \vartheta$, a więc $\Delta = 2d \sin \vartheta$. Jeżeli ma

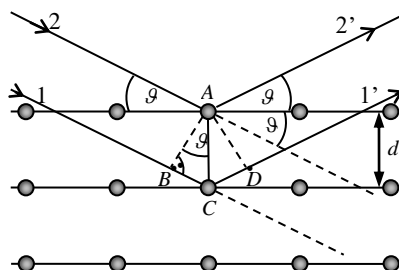
nastąpić wzmocnienie interferujących fal, muszą być one w zgodnej fazie, czyli różnica dróg musi się równać całkowitej wielokrotności długości fal $\Delta = n\lambda$ ($n = 1, 2, 3, \dots$). Prowadzi to do warunku Bragga:

$$n\lambda = 2d \sin \vartheta, \quad (14.3)$$

gdzie n jest rzędem ugięcia, λ – długością fali, d – odległością między płaszczyznami sieciowymi.



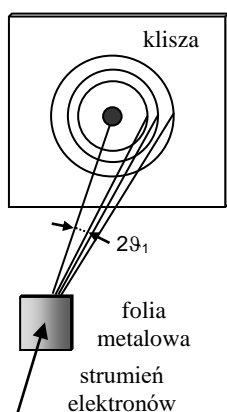
Rys. 14.3. Wzmocnienie fal rozproszonych 1' i 2' następuje w przypadku, gdy $\vartheta_1 = \vartheta_2$



Rys. 14.4. Ugięcie fal na równoległych płaszczyznach sieci krystalicznej

Metoda Thomsona

Metoda badania dyfrakcji elektronów zastosowana przez Thomsona była w rzeczywistości zmodyfikowaną metodą badania promieniowania X opracowaną przez Debye'a i Scherrera. Autorzy sproszkowali kryształ tak, że można było przyjąć, że wszystkie jego drobiny (mikrokryształy) miały przypadkowe orientacje. Wiązka monochromatycznych promieni X, przechodząc przez tak utworzony proszek, ulegała dyfrakcji na pewnej części mikrokryształów, dla których był spełniony warunek Bragga. Ugięte promienie X wokół wiązki padającej tworzyły szereg stożków, które na kliszy fotograficznej były rejestrowane w postaci współśrodkowych pierścieni. W rzeczywistości dyfrakcja na pojedynczym kryształach dałaby na kliszy szereg jasnych punktów. Zbiór koncentrycznych pierścieni to wynik nakładania się olbrzymiej liczby obrazów dyfrakcyjnych pochodzących od różnie zorientowanych mikrokryształów. W opisanej metodzie sproszkowany kryształ można zastąpić materiałem polikrystalicznym, czyli ciałem stałym, którego struktura składa się z dużej liczby przypadkowo zorientowanych mikrokryształów (np. materiały walcowane – blacha stalowa). Thomson słusznie założył, że stosując strumień poruszających się elektronów, mógłby zaobserwować analogiczny efekt jak w przypadku promieniowania X. Rzeczywiście,



Rys. 14.5. Schemat powstawania obrazu dyfrakcyjnego Thomsona

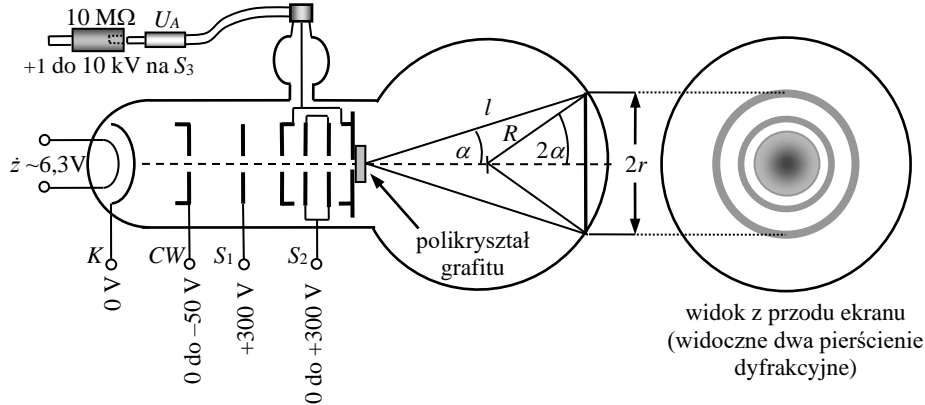
elektrony po przejściu przez cienką folię metalową tworzyły stożki, których osią symetrii był kierunek padających elektronów, a na kliszy zarejestrowano współśrodkowe okręgi (rys. 14.5).

Stanowisko pomiarowe

Do badań dyfrakcji elektronów posłuży lampa elektronowa z umieszczonym wewnątrz polikrystalicznym grafitem (rys. 14.6). W jednym końcu szklanej bańki próżniowej umieszczona jest żarzona katoda K , z której pod wpływem zjawiska termoemisji wydobywają się elektrony. Przyspieszony i uformowany przez pole elektryczne (cylinder Wehnelta CW , siatki S_1, S_2, S_3) równoległy strumień elektronów pada na cienką płytkę polikrystalicznego grafitu. Poruszające się elektrony napotykać na swej drodze olbrzymią liczbę małych kryształków grafitu dowolnie zorientowanych względem wiązki, z których część ma swoje płaszczyzny krystalograficzne ustawione tak, że jest spełniony warunek Bragga dla fal materii związanych z elektronami. Na ekranie fotoluminescencyjnym pojawią się współśrodkowe pierścienie będące obrazem ugiętych elektronów. Wynika to z tego, że w kryształach grafitu możemy wyróżnić wiele płaszczyzn sieciowych (rys. 14.2).

Tym samym warunek Bragga jest spełniony wielokrotnie.

W układzie eksperymentalnym wykorzystanym do badań (rys. 14.7) wyraźnie można zaobserwować tylko dwa pierścienie dyfrakcyjne. Ze względu na to, że ich rozmiary są małe, zastosowano dodatkowo układ rejestracyjny złożony z kamery podłączonej do komputera, umożliwiający precyzyjny pomiar średnicy pierścieni.



Rys. 14.6. Schemat lampy elektronowej do badania dyfrakcji elektronów (opis w tekście)

Pomiary i obliczenia

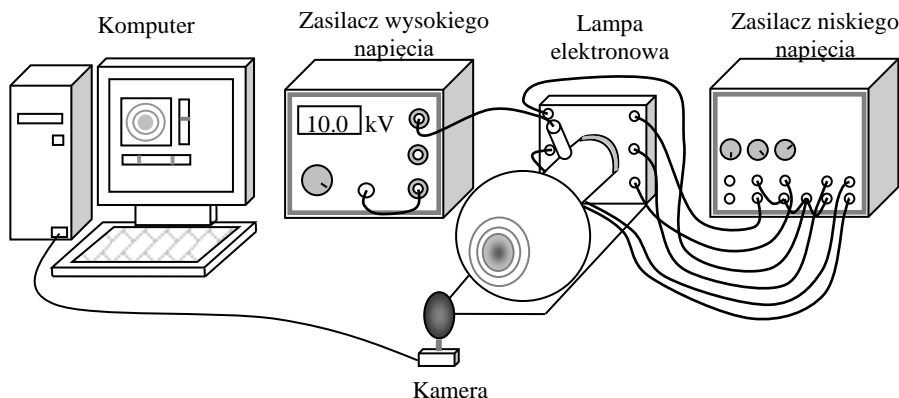
Do wyznaczenia długości fal materii posłużymy się równaniem de Broglie'a (14.2). Energię kinetyczną elektronu możemy wyznaczyć, znając napięcie przyspieszające na anodzie U_A (siatka S_3), w następujący sposób:

$$E_K = eU_A, \quad (14.4)$$

gdzie $e = 1,602 \cdot 10^{-19}$ C (ładunek elektryczny elektronu). Ostatecznie długość fal materii związanych z poruszającymi się elektronami może być opisana poniższą zależnością:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2meU_A}}, \quad (14.5)$$

gdzie $m = 9,109 \cdot 10^{-31}$ kg (masa elektronu).



Rys. 14.7. Układ eksperymentalny do badania dyfrakcji elektronów

Strumień elektronów pada na płytkę polikrystalicznego grafitu i ulega ugięciu zgodnie z warunkiem Bragga (14.3), przy czym w tym wypadku d będzie oznaczało odległość między płaszczyznami krystalograficznymi grafitu, a λ długość fal materii poruszających się elektronów. Kąt

ugięcia ϑ można wyznaczyć z pomiaru promienia r pierścieni dyfrakcyjnych powstających na ekranie (rys. 14.6). Należy jednak pamiętać, że $\vartheta = \alpha/2$.

Z rysunku 14.6 możemy wyznaczyć

$$\sin 2\alpha = \frac{r}{R}, \quad (14.6)$$

gdzie $R = 65$ mm i jest promieniem szklanej bańki.

Korzystając z zależności trygonometrycznych, możemy zapisać, że

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cos\alpha. \quad (14.7)$$

Dla małych kątów $\alpha \cos\alpha \cong 1$ (np. $\cos 10^\circ = 0,985$), a więc

$$\sin 2\alpha \cong 2\sin\alpha. \quad (14.8)$$

Wiedząc, że $\vartheta = \alpha/2$, możemy, korzystając z równań (14.3), (14.6) oraz (14.8), zapisać dla małych kątów ϑ następującą zależność:

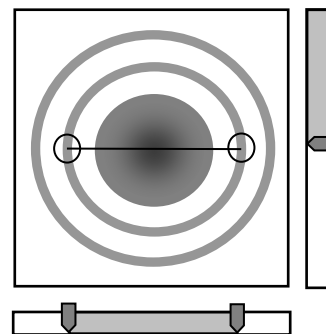
$$r = \frac{2Rn}{d} \lambda. \quad (14.9)$$

Jak widać, promień pierścienia dyfrakcyjnego w liniowy sposób zależy od długości fal materii. Wykres $r = f(\lambda)$ powinien być linią prostą, której współczynnik nachylenia a można wyznaczyć metodą regresji liniowej. Dla pierwszego wzmocnienia ($n = 1$) odległości między odpowiednimi płaszczyznami sieciowymi możemy obliczyć z poniższego wzoru:

$$d = \frac{2R}{a}. \quad (14.10)$$

Przebieg ćwiczenia

1. Sprawdzić poprawność połączeń elektrycznych według schematu znajdującego się na stanowisku pomiarowym, zaciemnić pojemnik z lampą elektronową, a następnie włączyć komputer oraz zasilacze wysokiego i niskiego napięcia.
2. Uruchomić program *Dyfrakcja* do rejestracji obrazu z kamery.
3. Ustawić następujące wartości napięć: anoda (siatka S_3) +10 kV, siatka S_2 około +210 V, cylinder Wehnelta (CW) -50 V.
4. Zmniejszając powoli wartość napięcia na cylindrze Wehnelta, doprowadzić do pojawienia się wyraźnego obrazu pierścieni dyfrakcyjnych na ekranie. *Uwaga:* zbyt mała wartość napięcia na CW może spowodować, że centralne jasne koło może zakryć obraz pierścienia nr 1.
5. Korzystając z programu *Dyfrakcja*, ustawić kursory linii pomiarowej w celu poprawnego pomiaru średnicy pierścienia (patrz rys. 14.8), a następnie odczytać tę wartość (Długość linii łączącej kursory [mm]).
6. Zmniejszając napięcie na anodzie co 0,5 kV, mierzyć średnicę obserwowanych pierścieni w zakresie od 10 kV do 5,5 kV. Jeżeli w trakcie pomiaru jasność pierścieni stanie się zbyt mała, należy delikatnie zmniejszyć wartość napięcia na cylindrze Wehnelta. Pomiar powtórzyć dwukrotnie.
7. Wyznaczyć promienie obserwowanych pierścieni dyfrakcyjnych r i długości fal materii związanych z poruszającymi się elektronami λ (równanie (14.5)).
8. Wykonać wykresy $r = f(\lambda)$ oraz, korzystając z metody regresji liniowej, wyznaczyć współczynniki nachylenia prostych i ich niepewność pomiarową.
9. Korzystając z równania (14.10), wyznaczyć stałe sieciowe grafitu odpowiadające obserwowanym



Rys. 14.8. Uproszczony widok okna pomiarowego

pierścieniom dyfrakcyjnym.

10. Obliczyć niepewność pomiarową wyznaczonych wielkości i zestawić końcowe wyniki pomiarów.

Uwaga: nie należy ustawiać zbyt dużej jaskrawości obrazu (mała wartość napięcia na CW i duża na S_2), gdyż grozi to uszkodzeniem luminoforu lampy. Po skończonych pomiarach należy jak najszybciej wyłączyć zasilanie lampy.

Zestaw ćwiczeniowy

Zasilacze wysokiego i niskiego napięcia, lampa elektronowa z polikryształem grafitu, kamera, komputer wraz z oprogramowaniem

Pojęcia kluczowe

- Dwoista natura światła i materii
- Budowa kryształu – stałe sieciowe
- Warunek Bragga
- Metoda Thomsona
- Metoda regresji liniowej