

## Badanie właściwości dielektrycznych ciał stałych

### Cel ćwiczenia

Wyznaczenie przenikalności elektrycznej oraz tangensa kąta strat (współczynnika stratności) wybranych dielektryków. Zbadanie zależności pojemności płaskiego kondensatora powietrznego od odległości między jego okładkami.

### Właściwości dielektryczne ciał stałych

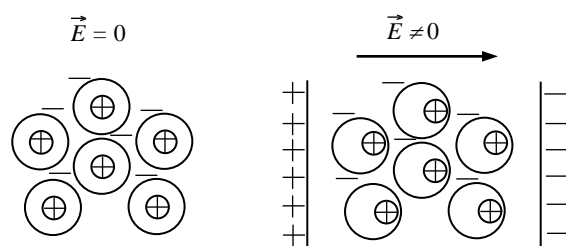
Ze względu na przewodnictwo elektryczne ciała stałe można podzielić na trzy grupy: przewodniki, półprzewodniki i izolatory, zwane inaczej *dielektrykami*. Dielektryki charakteryzują się bardzo słabym przewodnictwem elektrycznym. Ich opór właściwy (rezystywność) jest rzędu  $10^8$ – $10^{16} \Omega \cdot m$ . Z punktu widzenia teorii pasmowej ciał stałych do dielektryków zaliczamy te materiały, których szerokość pasma zabronionego jest większa od 5 eV. Tak duża wartość energii wzbronionej powoduje, że w idealnym dielektryku nie ma swobodnych ładunków elektrycznych. W dielektryku rzeczywistym (zdefektowanym, zanieczyszczonym) ładunki swobodne występują, jednak ich koncentracja w warunkach normalnych jest na tyle mała, że nie mają one decydującego wpływu na właściwości elektryczne dielektryka. Natomiast istotną rolę odgrywają tzw. ładunki związane. Mogą być nimi na przykład ujemne lub dodatnie jony w kryształach jonowych, jak również stałe dipole elektryczne, które występują w dielektrykach o asymetrycznej budowie molekuł.

### Polaryzacja dielektryka

Ze względu na stan elektryczny materiału dielektryki można podzielić na:

- niepolarne, w których nie występują trwałe dipole elektryczne,
- polarne, w których występują trwałe dipole elektryczne.

Jeżeli umieścimy dielektryk w polu elektrycznym, to oddziałuje ono na ładunki elektryczne znajdujące się w cząsteczkach dielektryka. Powoduje to przemieszczanie się ładunków dodatnich w kierunku działania pola, natomiast ładunków ujemnych w kierunku przeciwnym. Rozsuwanie się ładunków dodatnich i ujemnych w dielektryku znajdującym się w polu elektrycznym nosi nazwę *polaryzacji dielektrycznej*. W celu zdefiniowania wektora polaryzacji dielektrycznej posłużmy się innym wektorem, a mianowicie momentem dipolowym  $\vec{p}$ . Moment dipolowy jest to wielkość wektorowa charakteryzująca dipol elektryczny. Dipol jest układem dwóch ładunków elektrycznych o tych samych wartościach bezwzględnych, ale przeciwnych znakach. Elektryczny moment dipolowy dwóch punktowych ładunków o jednakowych wartościach  $q$  i przeciwnych znakach jest równy iloczynowi odległości między nimi i wartości ładunku.



Rys. 12.1. Polaryzacja elektronowa dielektryka

Wektor polaryzacji można wyrazić jako moment dipolowy dielektryka przypadający na jednostkę objętości:

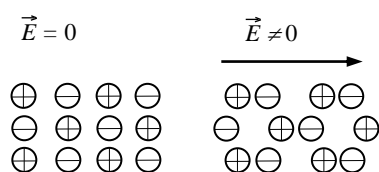
$$\vec{P} = N \vec{p}, \quad (12.1)$$

gdzie  $N$  jest gęstością elementarnych dipoli, a  $\vec{p}$  wyraża moment dipolowy elementarnego dipola elektrycznego. W dielektrykach mogą wystąpić różnego rodzaju polaryzacje, jak: elektronowa,

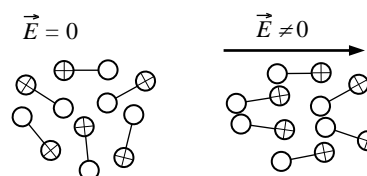
jonowa, dipolowa, zwana też orientacyjną.

*Polaryzacja elektronowa* polega na deformacji powłok elektronowych atomu w wyniku przemieszczania się elektronów w stosunku do jądra pod wpływem przyłożonego zewnętrznego pola elektrycznego o natężeniu  $\vec{E}$  (rys. 12.1). Oddziaływanie pola elektrycznego na chmurę elektronową i na jądro atomu powoduje przesunięcie środka ciężkości chmury elektronowej względem jądra. Zalicza się ją do tzw. polaryzacji szybkich, stała czasowa bowiem tego procesu jest rzędu  $10^{-15}$ s.

*Polaryzacja jonowa* występuje w kryształach charakteryzujących się budową jonową. Umieszczenie takiego dielektryka w zewnętrznym polu elektrycznym powoduje przesunięcie względem siebie dodatnich i ujemnych jonów, które bez zewnętrznego pola elektrycznego zajmują położenia równowagi (rys. 12.2). Siła, z jaką działa na jony pole zewnętrzne, jest równoważona przez siły międzyatomowe (sprężyste), które przeciwdziałają zmianom długości wiązań chemicznych. Siła działająca na jony jest wprost proporcjonalna od natężenia pola elektrycznego, natomiast siła sprężystości zależy od wartości przesunięcia jonów i współczynnika sił sprężystych.



Rys. 12.2. Polaryzacja jonowa dielektryka



Rys. 12.3. Polaryzacja dipolowa (orientacyjna) dielektryka

*Polaryzacja dipolowa* polega na zorientowaniu molekuł mających trwały moment dipolowy w kierunku przyłożonego zewnętrznego pola elektrycznego. Ten typ polaryzacji występuje zazwyczaj w dielektrykach charakteryzujących się asymetryczną budową cząsteczek. Schematycznie zachowanie się dipoli w nieobecności i w obecności zewnętrznego pola elektrycznego przedstawiono rysunku 12.3.

## Dielektryk w stałym polu elektrycznym

Istotny wpływ na zmianę właściwości fizycznych danego dielektryka ma umieszczenie go w zewnętrznym polu elektrycznym. Pole to będzie oddziaływało na ładunki związane. Mechanizm tego oddziaływania jest ściśle związany z polaryzacją dielektryka. Wskutek oddziaływania zewnętrznego pola elektrycznego z dielektrykiem na jego powierzchniach prostopadłych do kierunku pola pojawiają się ładunki o przeciwnych znakach. Efekt ten występuje również w dowolnie wybranej objętości dielektryka, która charakteryzuje się momentem dipolowym. W celu zobrazowania tego efektu rozważmy zjawisko zwiększania się pojemności kondensatora po wprowadzeniu między jego płytki dielektryka. Jest to tak zwany efekt Faradaya.

Przyłożenie do kondensatora próżniowego (bez dielektryka pomiędzy okładkami) napięcia elektrycznego  $U_0$  powoduje pojawienie się na powierzchni okładek ładunku  $q_0$  (rys. 12.4a) proporcjonalnego do przyłożonego napięcia:

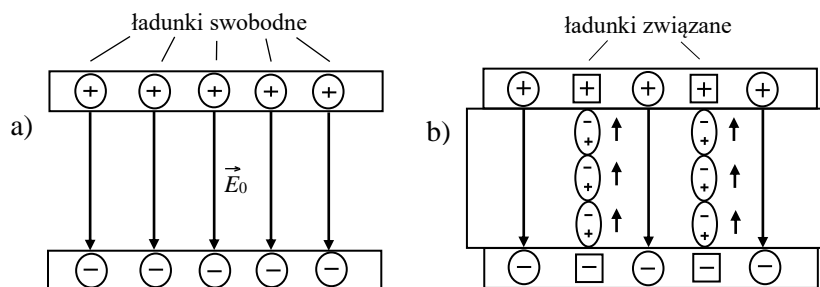
$$q_0 = C_0 U_0, \quad (12.2)$$

gdzie  $C_0$  jest pojemnością elektryczną kondensatora płaskiego.

Pojemność takiego kondensatora (pojemność geometryczna) zależy od wymiarów kondensatora w następujący sposób:

$$C_0 = \frac{\epsilon_0 S}{d}, \quad (12.3)$$

gdzie  $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12}$  F/m i jest przenikalnością elektryczną próżni (stałą dielektryczną próżni),  $S$  – powierzchnią okładek kondensatora, a  $d$  – odległością pomiędzy okładkami kondensatora.



Rys. 12.4. Występowanie ładunków swobodnych i związanych: a) kondensator próżniowy, b) kondensator z dielektrykiem (kondensator próżniowy po naładowaniu odłączony od źródła napięcia)

W dalszych rozważaniach założymy, że kondensator jest izolowany i po naładowaniu odłączony od źródła zasilania o stałym napięciu  $U_0$ . Umieszczenie między okładkami kondensatora dielektryka spowoduje jego polaryzację, w wyniku czego na powierzchni dielektryka pojawią się powierzchniowe ładunki polaryzacyjne. Są one związane (skompensowane) pewną liczbą ładunków wprowadzonych wcześniej na płytki. W wyniku tego wartość wypadkowego natężenia pola elektrycznego  $E$  w kondensatorze będzie różnicą pomiędzy wartością natężenia pola elektrycznego  $E_0$  wytworzonego przez ładunki swobodne a wartością pola  $E_{\text{ind}}$  (o przeciwnym zwrocie) powstałym w dielektryku. Zmniejszenie wypadkowego natężenia pola elektrycznego prowadzi do spadku różnicy potencjałów między płytkami kondensatora do wartości  $U$ . Umieszczenie dielektryka w zewnętrznym polu elektrycznym kondensatora i zachowanie ładunków ilustruje rysunek 12.4b. W omawianym przypadku pojemność kondensatora z dielektrykiem będzie opisana poniższym wzorem:

$$C = \frac{q_0}{U}, \quad q_0 = \text{const}, \quad U < U_0, \quad C > C_0. \quad (12.4)$$

Gdy kondensator nie będzie odłączony od źródła zasilania o stałym napięciu  $U_0$ , to po umieszczeniu pomiędzy jego okładkami dielektryka nastąpi wzrost ładunku elektrycznego na okładkach kondensatora. Jest to spowodowane powstaniem ładunków polaryzacyjnych w dielektryku w polu elektrycznym. Z powyższego wynika, że ładunek  $q$  zgromadzony na okładkach w układzie z dielektrykiem jest większy od ładunku  $q_0$  na elektrodach w układzie próżniowym. W związku z tym pojemność kondensatora wrasta i będzie określona jako:

$$C = \frac{q}{U_0}, \quad U_0 = \text{const}, \quad q > q_0, \quad C > C_0. \quad (12.5)$$

Jak widać z powyższych rozważań, umieszczenie dielektryka pomiędzy okładkami kondensatora próżniowego powoduje wzrost jego pojemności. Pojemność kondensatora płaskiego wypełnionego dielektrykiem można wyrazić w następujący sposób:

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon_r S}{d} = \frac{\epsilon S}{d}, \quad (12.6)$$

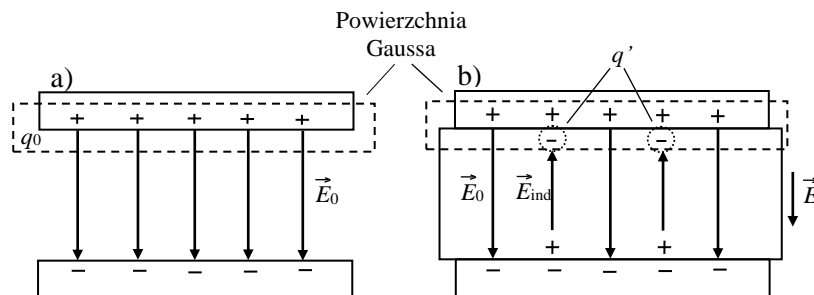
gdzie  $\epsilon_r$  jest względną przenikalnością elektryczną dielektryka, a  $\epsilon$  – przenikalnością elektryczną dielektryka (przykładowe wartości  $\epsilon_r$  podano w tabeli 12.1).

Zastosujmy prawo Gaussa w celu szczegółowej analizy jednego z omawianych powyżej przypadków. Załóżmy, że mamy płaski kondensator próżniowy, który po naładowaniu odłączymy od źródła napięcia, a następnie umieścimy w nim dielektryk (rys. 12.5a, b). Prawo Gaussa można wtedy zapisać następująco dla kondensatora próżniowego i z dielektrykiem:

$$\epsilon_0 \oint \vec{E}_0 \cdot d\vec{S} = \epsilon_0 E_0 S = q_0, \quad (12.7)$$

$$\epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \epsilon_0 E S = q_0 - q', \quad (12.8)$$

gdzie  $q_0$  jest ładunkiem swobodnym zgromadzonym na okładce kondensatora, a  $q'$  – indukowanym ładunkiem powierzchniowym znajdującym się w dielektryku w pobliżu okładki kondensatora. Indukowane ładunki powierzchniowe wiążą ze sobą część ładunków swobodnych znajdujących się na okładkach kondensatora. W wyniku tego niezrównoważony ładunek znajdujący się wewnątrz powierzchni Gaussa  $q_0 - q' = q_0/\epsilon_r$ .



Rys. 12.5. Zastosowanie prawa Gaussa do kondensatora: a) próżniowego, b) z dielektrykiem

Z równań (12.7) i (12.8) wyznaczmy wartości natężeń pola elektrycznego odpowiednio w kondensatorze próżniowym  $E_0$  oraz w kondensatorze z dielektrykiem  $E$ . Wyrażenia te będą miały następującą postać:

$$E_0 = \frac{q_0}{\epsilon_0 S}, \quad (12.9)$$

$$E = \frac{q_0}{\epsilon_0 S} - \frac{q'}{\epsilon_0 S} = E_0 - E_{\text{ind}}. \quad (12.10)$$

Po przekształceniu równania (12.10) otrzymamy następujący wzór:

$$\frac{q_0}{S} = \epsilon_0 E + \frac{q'}{S}. \quad (12.11)$$

Wyrażenie

$$P = \frac{q'}{S} \quad (12.12)$$

oznacza polaryzację elektryczną dielektryka odzwierciedlającą fakt powstawania indukowanego ładunku  $q'$ . Zatem równanie (12.10) ostatecznie przyjmie postać:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}, \quad (12.13)$$

gdzie  $\vec{D}$  nazywamy *indukcją elektryczną* lub *przesunięciem elektrycznym*. Wektor ten charakteryzuje pole elektryczne wytworzone wewnątrz dielektryka przez swobodne ładunki elektryczne. Wektory indukcji pola elektrycznego oraz natężenia pola elektrycznego mają ten sam kierunek w ośrodkach izotropowych. W przypadku ośrodków anizotropowych kierunki obu wektorów nie muszą być równoległe. Oznacza to, że w takim ośrodku przenikalność elektryczna ma różne wartości w różnych kierunkach i jest wyrażona za pomocą tensora.

## Dielektryk w przemiennym polu elektrycznym

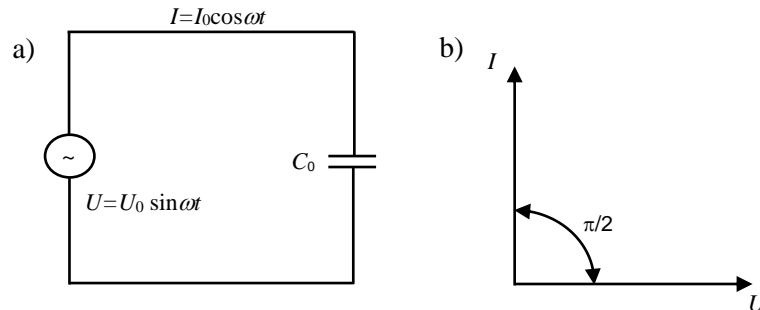
Rozważmy sytuację, w której płaski kondensator próżniowy o pojemności  $C_0$  będzie podłączony do źródła napięcia przemiennego sinusoidalnie (rys. 12.6a):

$$U = U_0 e^{i\omega t} = U_0 \sin(\omega t), \quad (12.14)$$

gdzie  $i = \sqrt{-1}$  jest jednostką urojoną,  $U_0$  – amplitudą napięcia,  $\omega = 2\pi\nu$  – częstotliwością kołową zmian napięcia, a  $t$  – czasem. Na okładkach kondensatora pojawi się ładunek wyrażony zależnością:

$q = C_0 U$ . W obwodzie zawierającym rozważany kondensator popłynie prąd ładowania kondensatora wyrażony następującym równaniem:

$$I_C = \frac{dq}{dt} = i\omega C_0 U = I_0 e^{i(\omega t + \pi/2)} = I_0 \cos(\omega t). \quad (12.15)$$



Rys. 12.6. a) kondensator próżniowy w obwodzie prądu przemiennego, b) związek pomiędzy prądem i napięciem w kondensatorze

Z ostatniej zależności można wywnioskować, że w omawianym przypadku prąd ładowania kondensatora wyprzedza w fazie napięcie o wartość  $\pi/2$  radianów (rys. 12.6b). Jeśli teraz między okładkami kondensatora umieścimy dielektryk, to zgodnie z zależnościami (12.3) i (12.6) otrzymamy:

$$C = \epsilon_r C_0. \quad (12.16)$$

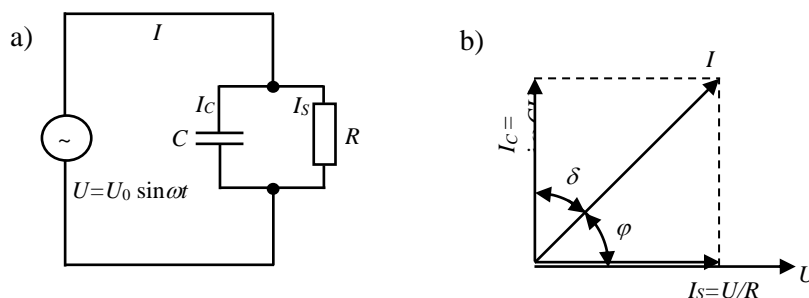
Jednakże w przypadku kondensatora z dielektrykiem występują straty energii elektrycznej, która jest rozpraszana jako ciepło. Zatem oprócz składowej prądu ładowania kondensatora  $I_C$  występuje składowa zgodna w fazie z napięciem, zwana *prądem strat*  $I_S$ , wyrażona w następujący sposób:

$$I_S = U / R, \quad (12.17)$$

gdzie  $R$  jest oporem elektrycznym.

Schemat obwodu zastępczego kondensatora z dielektrykiem w obwodzie prądu przemiennego przedstawiono rysunku 12.7a. W takim obwodzie kondensator stratny odpowiada kondensatorowi równolegle połączonemu z oporem elektrycznym. Wypadkowa wartość natężenia prądu płynącego w kondensatorze będzie zatem sumą prądów ładowania i strat:

$$I = I_C + I_S = (i\omega C + 1/R)U. \quad (12.18)$$



Rys. 12.7. a) obwód zastępczy kondensatora z dielektrykiem stratnym w obwodzie prądu przemiennego, b) związek pomiędzy prądem ładowania i prądem strat

Na rysunku 12.7b widać, że prąd o natężeniu  $I$  tworzy z prądem strat  $I_S$  kąt fazowy  $\varphi$ , przy czym  $\cos\varphi$  będzie określał moc wydzielaną w obwodzie. Kąt  $\delta$  nazywamy kątem strat. Wartość tego kąta

można wyznaczyć z rysunku 12.7b za pomocą tangensa kąta strat oraz korzystając z zależności (12.18):

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{I_s}{I_c} = \frac{1}{\omega RC}. \quad (12.19)$$

Rzeczywiste zachowanie dielektryków nie zawsze jednak można odnieść do układu zastępczego przedstawionego na rysunku 12.7a. Można stosować wiele innych, bardziej złożonych układów zastępczych odzwierciedlających rzeczywisty dielektryk. Do ogólnego opisu wprowadza się pojęcie zespolonej przenikalności elektrycznej:

$$\varepsilon^* = \varepsilon' - i\varepsilon'', \quad (12.20)$$

gdzie  $\varepsilon'$  jest rzeczywistą składową przenikalności elektrycznej, a  $\varepsilon''$  – urojoną składową przenikalności elektrycznej (*współczynnik strat*). Składowa urojona przenikalności elektrycznej jest ściśle związana ze stratami energii w dielektryku, zamienianej na ciepło. Po zastosowaniu zależności (12.16) w wyrażeniu (12.18) opisującym wypadkową wartość prądu w kondensatorze, pamiętając, że  $\varepsilon_r$  jest wielkością zespoloną, otrzymamy równanie:

$$I = (i\omega C_0 \varepsilon_r^* + 1/R)U, \quad (12.21)$$

gdzie

$$\varepsilon_r^* = \frac{\varepsilon^*}{\varepsilon_0} = \varepsilon_r' - i\varepsilon_r''. \quad (12.22)$$

Wielkość  $\varepsilon_r^*$  określa zespoloną względną przenikalność elektryczną dielektryka. W takim przypadku tangens kąta strat można wyrazić następująco:

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{\varepsilon''}{\varepsilon'} = \frac{\varepsilon_r''}{\varepsilon_r'}. \quad (12.23)$$

Jego odwrotność

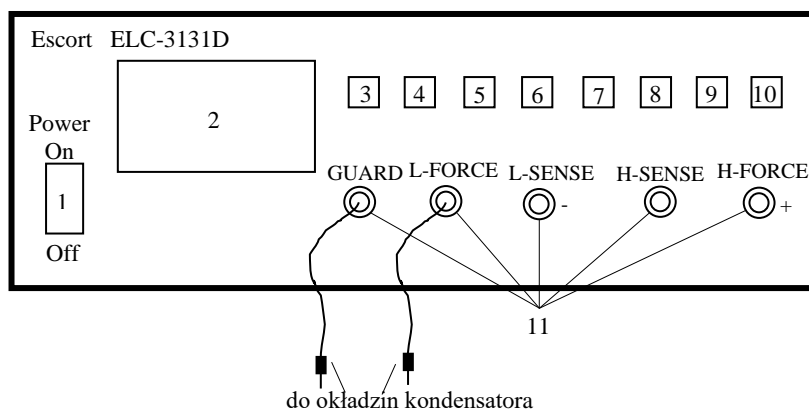
$$\frac{1}{\operatorname{tg} \delta} = \frac{\varepsilon'}{\varepsilon''} = \frac{\varepsilon_r'}{\varepsilon_r''} = Q \quad (12.24)$$

nazywa się *dobrocią dielektryka*. Im większa dobroć, tym mniej energii jest rozproszone w kondensatorze.

### Stanowisko pomiarowe

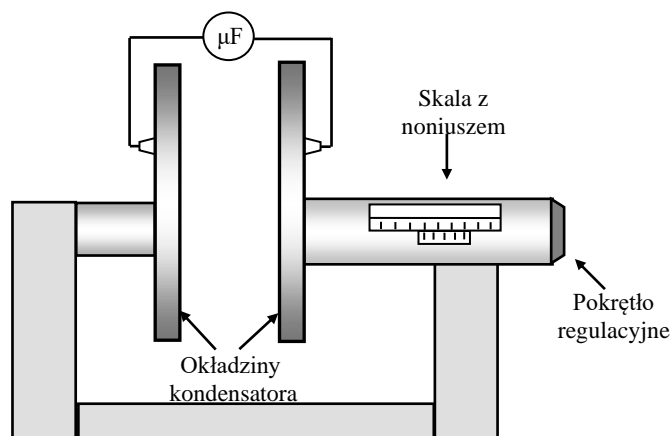
Na stanowisku pomiarowym znajduje się miernik RLC Escort ELC-3131D (rys. 12.8), kondensator ze zmienną odległością między okładkami (rys. 12.9) oraz kilka płyt dielektrycznych.

Miernik Escort służy do pomiaru indukcyjności  $L$ , pojemności  $C$  i rezystancji  $R$  (wybór za pomocą przycisku 4) dla dwóch częstotliwości pomiarowych 120 Hz i 1 kHz (9) oraz przy ręcznej lub automatycznej (zalecane) zmianie zakresów (6). Dodatkowo miernik ten podaje wartości dobroci  $Q$  oraz tangensa kąta strat  $\delta$  (5). Przyciski 7 i 8 służą, odpowiednio, do wyboru trybu pracy i kalibracji.



Rys. 12.8. Schemat płyty czołowej miernika Escort ELC-3131D (opis w tekście)

Konstrukcja kondensatora (rys. 12.9) pozwala na płynną zmianę odległości między okładkami kondensatora. Aby zmienić w kondensatorze odległość pomiędzy okładkami, należy odkręcić śrubę znajdującą się z tyłu elementu nastawiającego, a następnie przesunąć okładkę na zamierzoną odległość. Zamieszczony noniusz pozwala na dokładne wyznaczenie odległości między okładkami kondensatora oraz na dokładne „domknięcie” kondensatora z dielektrykiem.



Rys. 12.9. Kondensator pomiarowy

### Przebieg ćwiczenia

1. Włączyć miernik (rys. 12.8) przyciskiem 1, następnie ustawić następujące parametry pomiarowe:
  - zakres automatyczny – przycisk 6 (na wyświetlaczu pojawia się napis AUTO),
  - pomiar pojemności  $C$  – przycisk 4,
  - częstotliwość pomiarową 1 kHz – przycisk 9.
2. Zmierzyć wartość pojemności  $C_0$  w funkcji odległości  $d$  (w przedziale od 0,2 do 5 cm) między okładkami kondensatora.
3. Wybrany dielektryk włożyć między okładki kondensatora, dosunąć je do zetknięcia się dielektryka z okładkami i odczytać odległość  $d$ .
4. Zmierzyć pojemność  $C$  oraz, przełączając przycisk 5, dobroć  $Q$  i tangens kąta strat  $\delta$  kondensatora wypełnionego dielektrykiem.
5. Wyjąć dielektryk i zmierzyć pojemność kondensatora powietrznego  $C_0$ , zachowując tę samą odległość  $d$  między okładkami jak w punkcie 3.
6. Powtórzyć pomiary z punktów 3–5 dla kilku dielektryków.
7. Odczytać wartość średnicy okładek kondensatora z tablicy informacyjnej.
8. Wykreślić zależność  $C_0 = f(1/d)$  dla kondensatora powietrznego. Na podstawie uzyskanych wyników oraz wzoru (12.3), korzystając z metody regresji liniowej, wyznaczyć współczynnik kierunkowy prostej  $a$  oraz wartość  $b$  punktu przecięcia z osią  $y$ . Obliczyć wartość  $\epsilon_0 = a/S$  oraz jej niepewność pomiarową. Wartość punktu przecięcia z osią  $y$  jest równa pojemności  $C_P$  przewodów łączących kondensator z miernikiem.
9. Korzystając z zależności uwzględniającej dodatkową pojemność  $C_P$  wnoszoną przez przewody:  $\epsilon'_r = (C - C_P)/(C_0 - C_P)$ , obliczyć dla badanych dielektryków ich rzeczywiste wartości względnej przenikalności elektrycznej oraz niepewność tych wartości.
10. Na podstawie otrzymanych wyników, stosując równanie (12.24), wyznaczyć  $\epsilon''_r$  badanych materiałów.
11. Zestawić końcowe wyniki pomiarów.

**Tabela 1. Względna przenikalność elektryczna  $\epsilon_r$  przykładowych materiałów dielektrycznych ( $t = 20^\circ\text{C}$ )**

Materiał	$\epsilon_r$	Materiał	$\epsilon_r$
Bakelit	2,2–3,0	Pleksi	3–3,7
Ebonit	2,0–3,5	Porcelana	5,5–6,5
Gliceryna	42,5	Powietrze	1,0059
Kwarc	3–6	Szkło	3,1–4,4
Woda	80,4	Tytanian strontu	310

### **Zestaw ćwiczeniowy**

Cyfrowy miernik RLC do pomiarów: oporności, indukcyjności, pojemności, dobroci oraz tangensa kąta strat, kondensator zmiennej pojemności, płyty dielektryczne

### **Pojęcia kluczowe**

- Polaryzacja dielektryka, dielektryk w stałym i przemiennym polu elektrycznym
- Przenikalność elektryczna dielektryka, względna przenikalność elektryczna, zespolona przenikalność dielektryczna
- Kondensator próżniowy, kondensator z dielektrykiem, kondensator stratny
- Tangens kąta strat, prawo Gaussa